EXAMEN DE GEOMETRÍA ANALÍTICA

1. Dado el triángulo de vértices **A(-3,1), B(-1,-1), C(3,3)** halla las ecuaciones de sus mediatrices. (3 puntos)

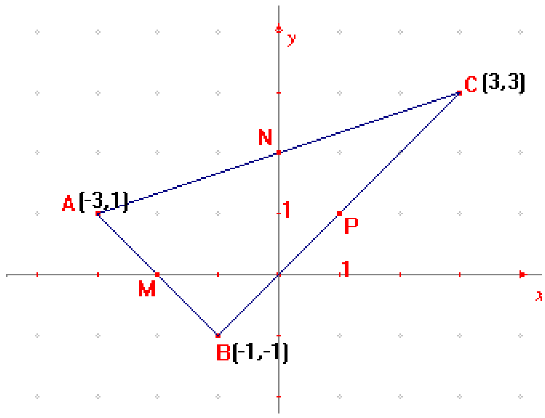
2. Halla k para que las rectas de ecuaciones:
   r: $x + ky + 2k = 0$
   s: $(k-1)x + y + 1 = 0$ sean perpendiculares. (1,5 puntos)

3.- Dado el triángulo de vértices **A(-2,1), B(5,4), C(2,-3)**.
a) Halla su área.
b) Halla su perímetro.
c) Halla el ángulo en **A**. (3 puntos)

4.- Halla el punto simétrico del **A(3,-2)** respecto de la recta r: $\mathbf{x-2y+1=0}$.
(2,5 puntos)

SOLUCIONES

1. **A(-3,1), B(-1,-1), C(3,3)** halla las ecuaciones de sus mediatrices



Lado AB: punto A(-3,1), pendiente: $m=\frac{-1-1}{-1+3}=-1$

Punto medio M : $\left(\frac{-3-1}{2},\frac{1-1}{2}\right)\to M(-2,0)$

Pendiente de la perpendicular: m = 1
Ecuación de la mediatriz del lado AB:
$y=0+1(x+2)\to y=x+2$

Lado AC: punto A(-3,1), pendiente: $m=\frac{3-1}{3+3}=\frac{1}{3}$

Punto medio N : $\left(\frac{-3+3}{2},\frac{1+3}{2}\right)\to N(0,2)$

Pendiente de la perpendicular: m = -3
Ecuación de la mediatriz del lado AC:
$y=2-3(x-0)\to y=-3x+2$

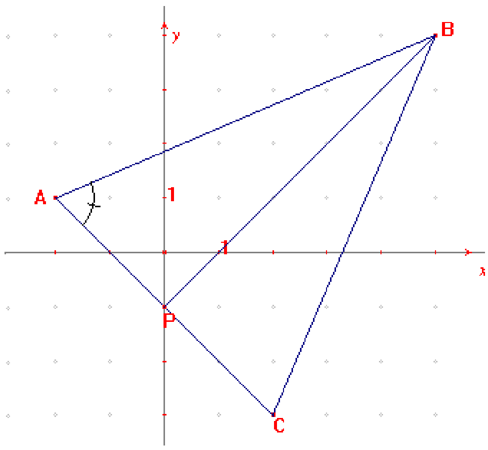
Lado BC: punto B(-1,-1), pendiente: $m=\frac{-1-3}{-1-3}=1$ Pendiente de la perpendicular: -1

Punto medio P : $\left(\frac{-1+3}{2},\frac{-1+3}{2}\right)\to P(1,1)$

Ecuación de la mediatriz del lado BC: $y=1-1(x-1)\to y=-x+2$

2. r: x + ky + 2k = 0 $\to \vec{n}(1,k)$
   s: (k-1)x + y + 1 = 0 $\to \vec{n}'(k-1,1)$ para que sean perpendiculares las dos rectas también tienen que serlo los vectores normales, es decir, que su producto escalar tiene que ser 0: $\vec{n}\cdot\vec{n}'=0\Rightarrow 1(k-1)+k=0\Rightarrow 2k-1=0\Rightarrow k=\frac{1}{2}$

3.- **A(-2,1), B(5,4), C(2,-3).**



a) Halla su área.
Para ello necesitamos una base y la altura correspondiente, vamos a tomar la base AC y la altura BP.

$d(A,C)=\sqrt{(2+2)^2+(-3-1)^2}=\sqrt{32}$

para hallar la altura, necesitamos la ecuación de la recta AC, para después hallar la distancia del punto B a dicha recta
Ecuación de AC: punto A(-2,1)

pendiente $m=\frac{-3-1}{2+2}=-1$

$\to y=1-1(x+2)\to y=-x-1\to x+y+1=0$

$$h = d(B, AC) = \frac{|5+4+1|}{\sqrt{5^2+4^2}} = \frac{10}{\sqrt{41}} \rightarrow A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{10\sqrt{32}}{2\sqrt{41}} = 4{,}42 \text{ u.a.}$$

b) Halla su perímetro: suma de las longitudes de sus lados:

lado AC (hecho antes) mide $\sqrt{32}$

lado AB: $d(A,B) = \sqrt{(5+2)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{58}$

lado BC: $d(B,C) = \sqrt{(5-2)^2 + (4+3)^2} = \sqrt{58} \rightarrow P = \sqrt{32} + 2\sqrt{58}$ u.l.

c) Halla el ángulo en **A**, necesitamos los vectores de dirección de AC y de AB:

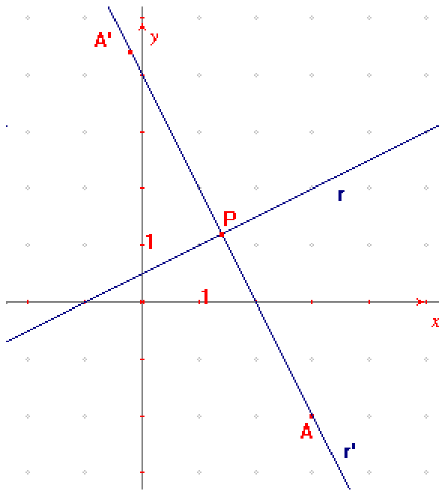
$$\left.\begin{array}{l} \overrightarrow{AC} = (2+2, -3-1) = (4,-4) \\ \overrightarrow{AB} = (5+2, 4-1) = (7,3) \end{array}\right\} \rightarrow \cos A = \frac{|4\cdot 7 - 4 \cdot 3|}{\sqrt{4^2+(-4)^2}\sqrt{7^2+3^2}} = \frac{16}{\sqrt{32}\sqrt{58}}$$

ángulo en A: $\hat{A} = \arccos \frac{16}{8\sqrt{29}} = 68^{o}12'$

4.- Halla el punto simétrico del **A(3,-2)** respecto de la recta r: **x-2y+1=0**.

Trazamos la perpendicular a r pasando por A, es la recta que pasa por el punto A(3,-2) y tiene vector de dirección el vector normal de $r \rightarrow \vec{d}(1,-2)$

$r' \equiv \begin{cases} x = 3+t \\ y = -2-2t \end{cases}$ y ahora hallamos su intersección con r (punto P), y este punto es el punto medio del segmento AA', con lo que podremos hallar el punto pedido A'



$$3 + t - 2(-2-2t) + 1 = 0 \rightarrow 5t + 8 = 0 \rightarrow t = -\frac{8}{5}$$

$$P = \begin{cases} x = 3 - \frac{8}{5} = \frac{7}{5} \\ y = -2 + \frac{16}{5} = \frac{6}{5} \end{cases} \rightarrow P\left(\frac{7}{5}, \frac{6}{5}\right) = \left(\frac{3+x}{2}, \frac{-2+y}{2}\right) \rightarrow \left.\begin{array}{l} \frac{7}{5} = \frac{3+x}{2} \\ \frac{6}{5} = \frac{-2+y}{2} \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} 14 = 15 + 5x \\ 12 = -10 + 5y \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} -1 = 5x \\ 22 = 5y \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x = -\frac{1}{5} \\ y = \frac{22}{5} \end{array}\right\} \rightarrow A' = \left(-\frac{1}{5}, \frac{22}{5}\right)$$